

タイトル：

金融市場のブラウン運動のマイクロ導出の試み：分子運動論の数理の応用

要旨：

ブラウン運動は物理の歴史の中で特別な位置を占めている。ブラウン運動は水分子の微視的な衝突に由来しており、分子運動論を直接証明する上で重要な役割を果たした。そして、分子運動論の代表的な定式化はボルツマン方程式[1]を通じて行われてきた。具体的には(1)ニュートン力学を出発点にリュウビル方程式を導出し、(2)少数体の分布関数へ縮約することでBBGKY階層構造を調べ、(3)分子カオスを仮定することで、平均場理論としてのボルツマン方程式に到達する。この手法は古典非平衡系の強力な理論手法であり、少なくとも稀薄多体系の物理的性質を体系的に解き明かすことができる。

ところで、ブラウン運動と類似する現象は金融市場でも観測されている。例えば、外国為替市場・株式市場では金融商品の取引価格の動力学がブラウン運動の数学を用いて記述できることが知られている[2]。この様な確率動力学をマイクロなモデルから解き明かすことができるだろうか？この様な誰でも抱くような素朴な疑問は未だに完全には答えられていない。その大きな理由として、経済現象では個々人を記述する行動法則が確立していないことが挙げられる。個々人の行動法則を理解するためには、例えば金融市場なら個々のトレーダーのトラジェクトリーを直接統計解析し、行動傾向を定量化する経験則を発見する必要があるだろう。そこで我々は外国為替市場の個々のトレーダーのトラジェクトリーを直接解析し、その行動傾向の統計法則を調べた。その統計法則をもとに、分子運動論の数理を援用しながら金融市場のブラウン運動をマイクロな視点から理解する試みを行った。

本講演ではまず、金融市場の微視的なデータ解析の結果を報告する。我々は個々のトレーダーのトラジェクトリーを統計解析し、トレーダーのトレンドフォロー傾向を定量化する経験則を発見した。この経験則をもとに、個々のトレーダーの動力学を多体確率過程としてモデル化した。更に、その多体系のマイクロモデルを分子運動論の数理手法を用いて解き明かした。具体的には、(1)多体確率過程として記述されるマイクロ動力学から“リュウビル方程式”を導出し、(2)一体分布関数に縮約を行うことで“BBGKY階層”を導出し、(3)“分子カオス”を仮定することでボルツマン方程式に対応する平均場方程式を導出した。この方程式を漸近的に解くことで、注文分布の平均構造・価格差の分布構造を明らかにした。これらの結果は実データと整合しており、モデルとして妥当性を保っていることを検証した。

[1] P. Résibois and M. De Leener, Classical Kinetic Theory of Fluids (Wiley, New York, 1977).

[2] D. Brigo and F. Mercurio, Interest Rate Models (Springer, New York, 2007).